$$= \lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \sqrt{\frac{\sin(\pi - 2x)}{\pi - 2x}} \cdot \frac{-2\sqrt{\pi - 2x}}{(\pi - 2x)\sin x}$$

$$= \lim_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \sqrt{\frac{\sin(\pi - 2x)}{\pi - 2x}} \cdot \frac{-1}{\sqrt{\pi - 2x}} \cdot \frac{2}{\sin x} = -\infty$$

car $\lim\limits_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \sqrt{\frac{\sin(\pi - 2x)}{\pi - 2x}} = \lim\limits_{x \to 0^+} \sqrt{\frac{\sin X}{X}} = 1$ et $\lim\limits_{x \to \left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \frac{-1}{\sqrt{\pi - 2x}} \cdot \frac{2}{\sin x} = -\infty$

Donc f n'est pas dérivable en $\frac{\pi}{2}$.

$$\forall x \in]0, \frac{\pi}{2}[\, , f'(x) = \frac{\frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin x}} . \sin x - \cos x \sqrt{\sin 2x}}{(\sin x)^2}$$

$$= \frac{\cos(2x).\sin x - \cos x \sin(2x)}{\sqrt{\sin(2x)}.(\sin x)^2} = \frac{\sin(x - 2x)}{\sqrt{\sin(2x)}.(\sin x)^2} = \frac{-1}{\sqrt{\sin(2x)}.(\sin x)}$$

(on rappelle que sin a cos b – cos b sin a = sin(a-b))

Or sur $]0, \frac{\pi}{2}]$, sin x > 0 $\Rightarrow \forall x \in]0, \frac{\pi}{2}]$, $f'(x) < 0$

x	0		$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		–	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{\sin 2x}}{\sin x} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{\frac{\sin 2x}{2x}}}{\frac{\sin x}{x}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} = +\infty$$

2°/ f est continue et strictement décroissante sur $]0, \frac{\pi}{2}]$ donc f est